УДК 378.016

Dr. Igor Kharif
Mathematisches
Institut
Universitat
Koblenz - Landau
e-mail: kharif@uni-koblenz.de

КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ В УНИВЕРСИТЕТАХ ГЕРМАНИИ

Введение. Целью контроля знаний по математике на финансово-экономических специальностях является проверка усвоения студентами фундаментальных математических фактов и положений, а также умения их применять в конкретных и достаточно разнообразных экономических ситуациях.

Даже при беглом знакомстве с системой контроля знаний по математике студентов финансово-экономических специальностей германских университетов сразу обращает на себя внимание разнообразие текстов письменных контрольных работ как по содержанию, так и по форме. Такая ситуация вполне объяснима, поскольку университеты разрабатывают как математические курсы, так и серии контрольных заданий независимо друг от друга, а единой общегерманской направленности в подобных вопросах нет. Так, например, в одних университетах начинают курс математики для будущих финансистов и экономистов с анализа (Штуттгарт и др.), в других - с линейной алгебры (Кёльн и др.), в третьих (Маннхайм и др., *для русскоязычного читателя привычнее Маннгейм)* читают эти два больших раздела параллельно. Контрольные задания в одних случаях носят чисто так называемый тестовый характер, в других - формулируются традиционно и не допускают никакого элемента случайности, в третьих - наблюдается соединение традиционного и тестового подходов.

Материал и результаты исследования. Ниже приводятся задания письменных контрольных работ по математике для студентов финансово-экономических специальностей двух крупных университетов: Штуттгартского (Stuttgart - Hohenheim) /Серия 1/ и Маннхаймского (Mannheim) **/Серия 2/** (*перевод с немецкого языка мой -И. Х.).* ,

Серия 1 (20 традиционно сформулированных заданий для трёхчасовой /180 минут/ письменной контрольной работы) состоит из четырёх блоков.

БлокA: элементы теории множеств, неравенства и абсолютная величина, финансовая математика, числовые последовательности и простейшие ряды, дифференциальное исчисление функций одной переменной. Задания не обязательно охватывают все представленные в блоке вопросы и изменяются от семестра к семестру.

Блок B: интегральное исчисление функций одной переменной.

Блок C: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Блок D: линейная алгебра и её применение.

Каждое из предложенных 20 заданий имеет свою определённую стоимость в «пунктах»; работа считается зачтённой, если в сумме набрано не менее 50 % всех возможных «пунктов»; чем больше «пунктов» набрано, тем выше оценка за работу (имеется соответствующая шкала оценок). Проверяются не только ответы, но и представленные решения.

Серия 2 состоит из двух отдельных двухчасовых /120 минут на каждую/ контрольных работ /Анализ, Алгебра/, которые проводятся в разное время и оцениваются по аналогичной системе «пунктов» раздельно. В краткой инструкции, которую вместе с заданиями получает каждый студент, указано, что предложены задания двух различных типов: „Binary-Choice" (BC) и “Fill-In“ (FI).

Задания первого типа (BC) предполагают ответ типа «да» или «нет» и оцениваются следующим образом: за каждый верный ответ 2 пункта, при отсутствии какого-либо ответа 1 пункт, за каждый неверный ответ 0 пунктов; в инструкции подчёркивается, что «...гадание практически не даёт шансов улучшить общий результат».

Задания второго типа (FI) оцениваются иначе: за каждый верный ответ 2 пункта, за каждый неверный ответ либо при отсутствии какого-либо ответа 0 пунктов.

По истечении времени, отпущенного на контрольную работу, студенты сдают для проверки только бланк результатов.

Серия 1 (Штуттгартский университет)

Блок А

1.Заданы три числовых множества А = $\{x \in R \mid 0 \le x \le 2\}$, $B = \{1; 2)$, С = {1; 3}.

Запишите все элементы множеств а) BxC и б) $(AxA) \cap (BxC)$.

2. Совет директоров некоторой фирмы установил, что отклонение цены х € выпускаемого товара от 96 € не может превышать 20% от неё. В каких пределах может находиться х?

3. Задана функция f: $R \backslash \{0\} \rightarrow R$,

а)
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-x^2}{4-x^2}, & \text{если } x>2\\ \dfrac{5}{x^2(1+x^2)}, & \text{если } x\le 2, x\ne 0.\end{cases}$$

Непрерывна ли она в точке $x = 2$?

б) Является ли функция/сюръективной?

в) Является ли она инъективной? Обоснуйте свои ответы.

4. На территории Германии повсеместно действуют автоматы по продаже почтовых марок стоимостью 0,05; 0,1; 0,15; ... ; 9,90; 9,95 €. Какую денежную сумму должен истратить филателист, чтобы приобрести полный набор почтовых марок (по одному экземпляру каждой марки)?

5. Банковский капитал господина Мюллера составлял на 01.01.2003 K €. По договору с банком на вклад начисляются 10% годовых. Господин Мюллер планирует 31.12.2003 (уже после начисления процентов) снять со своего вклада сумму в г € и впоследствии проводить снятие этой же суммы в конце каждого последующего года.

а) Вычислите сумму вклада (K_1) на 01.01.2004.

б) Вычислите сумму вклада (K_n) к концу n - го года такого ведения вклада.

в) Вычислите сумму вклада (K_7) к концу 7-го года, если K = 5000 €, r = 1000.

6. Найдите пределы следующих числовых последовательностей при

$n \to \infty$:

$$a)\ a_n = \frac{\sqrt[3]{n^5+n}}{n^{\frac{2}{3}}(3+7n)};\quad b)\ b_n = \frac{1}{2}(2\sqrt{n}-1)^2;\quad c)\ c_n = \frac{4^n+3^{n+2}}{2^n+4^{n+2}}.$$

7. Числовая последовательность (a_n), $n \in N$ задана рекуррентно:

$$a_1 = 10,\quad a_{n+1} = \frac{a_n^2}{4+a_n}.$$

а) С помощью метода математической индукции докажите, что при любом $n \in N$ выполняется неравенство $a_n > 0$.

б) Установите, что числовая последовательность (a_n) монотонно убывает.

в) Найдите предел этой последовательности при $n \to \infty$.

8. Для функции $f(x)$ - x^2e^x укажите (максимально возможную) область определения, нули, экстремумы, точки перегиба и асимптоты. Постройте эскиз графика этой функции.

Тормозной путь s транспортного средства (в метрах) в зависимости от скорости x его движения (в метрах в секунду) задаётся следующей (эмпирической) формулой:

$$s = f(x) = 0{,}1\,x^2 + x.$$

а) Вычислите эластичность $\varepsilon_f(x)$.

б) С помощью а) подсчитайте, на сколько процентов увеличится тормозной путь, если скорость транспортного средства х = *20 м/с* возрастёт на 3 %.

Необходимо (хотя бы приблизительно) найти координаты точки пересечения двух линий:

$$g_1(x) = \ln(x+1) \text{ и } g_2(x) = x - \frac{1}{18}.$$

а) Рассмотрите вспомогательную функцию *f(x) = gi(x) - g?(x),* задайте для неё многочлен Тэйлора второй степени в точке $x_0 = 0$ и вычислите, при каких значениях х этот многочлен обратится в нуль.

б) Каково максимальное отклонение функции / от нуля в правой из найденных в пункте а) точек (выполните оценку остаточного члена)?

Блок В

11. Вычислите следующие определённые интегралы:

$$\text{а) } \int_0^1 (2x-1)^2; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} x\cos 2x\,dx; \quad \text{в) } \int_e^{e^2} \frac{1}{(\ln x)^5}\cdot\frac{1}{x}dx.$$

12. Определитеконстанту a так, чтобы для функции

$$f(x) = \begin{cases} a\cdot e^{-\frac{x}{2}} & \text{для } x \geq 0 \\ 0 & \text{для } x < 0 \end{cases}$$

выполнялось равенство

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

Блок С

13. Найдите все экстремумы и седловые точки для функции

$$f(x, y) = y^2(x+2) + (x-6)^2.$$

14. Задана прямая $g : y = 2x + 3$. Определите наименьшее расстояние от начала координат до этой прямой.

(Рассмотрите поставленную задачу как задачу нахождения экстремума при дополнительных условиях).

15. Задана производственная функция $z = f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2^2 x_3^{-1}$.

а) Является ли эта функция однородной, если да, то какой степени однородности?

б) Каждый из трёх производственных факторов x_3, x_2, x_3 увеличивается на 10%; на сколько процентов увеличится при этом выпуск z ?

в) Вычислите эластичность по каждому из факторов $\varepsilon_f(x_1)$, $\varepsilon_f(x_2)$, $\varepsilon_f(x_3)$ и их сумму $\varepsilon_f(x_1) + \varepsilon_f(x_2) + \varepsilon_f(x_3)$.

16. Функция $f1(x, y, z) = (x + y)^2 + e^y$ задаёт суммарные расходы, а

функция $f_2(x, y, z) = 2xy - 4 + z - (e^y + 1)$ - общий доход в зависимости от трёх факторов x, y, z.

а) Когда суммарные расходы и Общий доход окажутся равными? задайте z как функцию от x и y в виде $z = f(x, y)$.

б) Каково наименьшее значение z, при котором суммарные расходы и общий доход равны между собой?

Блок D

17. Заданы уравнения двух плоскостей в трёхмерном пространстве:

а) Составьте параметрическое уравнение линии g их пересечения;

б) Лежит ли точка $Q(4, 1, 4)$ на прямой g ?

$$E_1: x - 2y + 3z - 5 = 0,\ E_2: 2x + y + z - 10 = 0.$$

в) На прямой g найдите такую точку X, расстояние от которой до точки P(4, 3, 5) является наименьшим; как велико это кратчайшее расстояние?

18. а) Найдите множество решений системы линейных уравнений:

$$x + 2y + 3z = 4$$
$$5x + 6y + 7z = 8$$
$$9x + 10y + llz = 12.$$

б) Укажите то решение из а), для которого $x + y + 2z = 13$.

19. а) Найдите для укатанной ниже матицы А обратную A^{-1}

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

б) Вычислите $(A^{-1} + A)*A$.

20. Фабрика по производству кофе получает кофейные зёрна с двух плантаций А и *В*.

С плантации А еженедельно привозится не менее 50 т зёрен, с плантации *В* - не менее 80 т. При этом плантация А не может поставлять более 400 т зёрен в неделю, а плантация *В* - более 200 т. Производственные мощности фабрики не позволяют перерабатывать более 500 т зерён в недрлю. Чистая прибыль фабрики от продажи готового продукта, изготовленного из зёрен с плантации *А*, составляет 60 € с каждой тонны, из зерён с плантации В 40 € с каждой тонны.

а) Изобразите графически область допустимых значений поставок с каждой плантации;

б) При каком объёме поставок чистая прибыль фабрики максимальна? Каково числовое значение этой максимальной прибыли?

БЛАНК РЕЗУЛЬТАТОВ для Серии 1.

<u>Блок А</u>

lа) BxC = {(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 3)}.

1Б)AxA $= \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 | \ 0 \le x, y \le 2\}$, $(AxA) \cap (BxC) = \{(1, 1), (2, 1)\}$. интервал цены: от 80 до 120; 3а) да; 36) нет; 3в) нет; 4) 995 €.

5а) $K_1 = K * 1{,}1 - r$; 56) $K_n = K * (1{,}1)^n - 10r\ [\ (1{,}1)^n - 1]$; 5в) $K_7 = 256{,}41$ €.

6а) 1/7; 66) 4 ; 6в) 1/16.

7в) предел числовой последовательности равен 0.

Область определения *R*; $f(x) = 0$ при $x = 0$; абсолютный (глобальный) минимум в точке (0, 0); относительный (локальный) максимум в точке $(-2, 4/e^2)$, абсолютного максимума нет; точки перегиба (-2 ± V2); асимптота ось *X* (при *X*—> - ∞).

9а) $\varepsilon_f(x) = (2x + 10)/(x + 10)$; *96)* приблизительно на 5%.

10а) $x_{1,2} = \pm 1/3$; 106) 1/81.

<u>Блок В</u>

11а) 1/3; 116) $\pi/8 - 0{,}25$; 11в) 15/64. 12. а = 0,5

<u>Блок С</u>

13. Относительный (локальный) минимум в точке (6, 0); абсолютного (глобального) минимума нет; седловые точки (-2,4) и (-2, -4).

14. $3\sqrt{5}$(от точки (-6/5, 3/5)).

15а) однородна, степень однородности 2; 156) увеличится на 21%;

15с) $\varepsilon_f(x_1) = 1$, $\varepsilon_f(x_2) = 2$, $\varepsilon_f(x_3) = -1$ их сумма 2.

16а) $z = x^2 + y^2 + 4$; 166) глобальный минимум $z_{min} = 4$ в точке (0,0).

<u>Блок D</u>

$$\bar{g}: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in R$$

$$2\sqrt{2}.$$

Автоматизація і комп’ютерні технології

17а)

176) нет 17с) X (2, 3, 3), кратчайшее расстояние
18а) x =-2 + t,y = 3-2t, г = t (t $\in$R); 186) x = 10; y =21; z = 12.
19а) 196)

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -7 \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} -7 & 3 & -3 \\ -2 & -6 & -2 \\ -5 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Серия 2 (Маннхаймский университет, зимний семестр 2012-2013 уч.года)
АНАЛИЗ

Задание 1 /12 баллов/.

Задана числовая последовательность

$$(a_n), \quad n \in N, \quad a_n = (n-8)^2 + n.$$

а) Ограничена ли эта числовая последовательность снизу?

б) Является ли эта числовая последовательность монотонно убывающей?

в) Сходится ли эта числовая последовательность?

г) Исследуйте указанную ниже числовую последовательность *(Ь^)* на сходимость; в бланк результатов внесите числовое значение её предела при n →∞**,** если она сходится, в случае её расходимости внесите **x**

д) Исследуйте на сходимость числовой ряд

В бланк результатов внесите сумму этого рада, если он сходится, в

$$(b_n), n \in N, \quad b_n = \frac{n^2(n-17)+5n^3}{(n-1)(n+1)(2n-8)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(3\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} + \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\right).$$

случае его расходимости внесите x .

е) Сходится ли ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{n}\right)^{n} ?$$

Автоматиз гехнології

Задание 2 /6 баллов/ Заданы два множества

$$A = \{(x,y) \in R^2 | xy \le 1\} \quad B = \{(x,y) \in R^2 | x^2 + y^2 \le 4\}.$$

а) Является ли множество B\A выпуклым?

б) Является ли множество А о В компактным?

в) Найдите все граничные точки множества:

$$C = ([2;4] \cap [3;6]) \cup [1;2]$$

Задание 3 /6 баллов/

а) Задайте суперпозицию $fog = f(g)$ из двух функций:

$$f : R \to R, f(t) := t^2, \quad g : R^2 \to R, \quad g(x,y) := x^2 + xy.$$

б) Исследуйте функцию $h(x\ ,\ y)$ — $x^2y(x^3 - yx^2) + y^3$ на однородность; в бланк результатов внесите степень однородности функции $h(x\ ,\ y)$, если она однородна, в противном случае внесите x.

в) Выясните и укажите характер монотонности нижестоящей функции двух переменных

$$k : R^2 \to R, \quad k(x,y) = e^{x^2 y} + y.$$

Задание 4 /6 баллов/

Найдите первую производную функции:

а) $f : (0,\infty) \to R, \quad f(x) := x\ln(2x^2);$

б) $g : R \to R, \quad g(x) := \dfrac{x^2+3}{e^x};$

в) $h : R \to R, \quad h(x) := \sin(e^{2x}).$

Задание 5 /6 баллов/

а) Вычислите полный дифференциал функции $f\ R^2 \text{—>}\ R,\ f(x\ ,\ y) := 2x^2y - 5y$ *в* точке $(x_0,\ y_0) = (1,2)$.

б) Является ли выпуклой функция $\kappa\!: R^2 \to R,\ \kappa(x\ ,\ y) := -\cos x + x^2$
+
$xy + y^2$?

в) Пусть *g:* R^2*->* *R* некоторая функция, обе частные производные которой *dg/dx* и *dg/dy* существуют; найдите при этом предположении производную от функции *h:R->R,* *h(t) : = g(*t^2*, 2t + 2).*

Задание 6 /6 баллов/ s

Задана функция двух переменных / R^2*->R, f(x, y)* x^2 *+ бxy - 2y** +

24у.

а) Найдите все стационарные точки функции / в бланк результатов внесите *х,* если ни одной такой точки у функции/нет.

б) Запишите матрицу Хессе для функции/

в) Укажите все точки локальных минимумов функции / в бланк результатов внесите *х,* если ни одной такой точки у функции/нет.

Задание 7 /10 баллов/

Поставлена задача нахождения максимума функции: *f(x, y) = 3x + 2y* при дополнительном условии x^2*-xy + 2y*= 1.*

а) Задайте соответствующую функцию Лагранжа *Цх, у, Л).*

б) Определите все стационарные точки функции Лагранжа /4 балла/.

в) Запишите соответствующую матрицу Хессе.

г) Предположим, что функция Лагранжа имеет единственную стационарную точку (2, 1, 4). Является ли она точкой локального максимума заданной функции/?

Задание 8 /8 баллов/

Поставлена задача нахождения максимума **функции** *f(x) =* x^3 *- б*x^2 *+ 9x* при дополнительных условиях *x >0,x <4.*

а) Задайте соответствующие условия Куна - Таккера.

б) Найдите все векторы вида *(x,* λ_1*,* λ_2*),* которые этим условиям удовлетворяют.

в) Является ли пространство решений этой задачи на максимум компактным?

г) Найдите все решения поставленной задачи на максимум (в предположении, что хотя бы одно её решение существует).

Примечание: Под матрицей Хессе функции *f(*x_1 x_2*, ... , xj* в немецкой математической литературе понимают матрицу *A = (a*$_{,ij}$) в которой

А Л Г Е Б Р А

$$a_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$$

Задание 1.

Вы работаете на телевизионном канале и получили задание проанализировать расходы по выпуску в эфир телевикторины. Вам известно, что в её подготовке и проведении участвуют операторы, гримёр и ведущий. При этом операторы затрачивают в сумме 17 часов рабочего времени, ведущий 3 часа, гримёр 10 часов.

Из-за недостатка опыта работы ведущего с большим количеством участников в студии ему необходимо так называемое «тренировочное время» для дополнительной работы с операторами в количестве 3 часов. Гримёру необходимо 2 часа для подготовки ведущего и 4 часа для подготовки операторов, чтобы придать им «эфирный вид» для работы в студии Кроме того, ведущий дополнительно проводит по 1 часу с операторами и с гримёром, обсуждая с ними детали сценария передачи. Первичные расходы (в рамках подготовки и проведения передачи) составляют у операторов 400 €, у ведущего 1485 €, у гримёра 300 €.

а) Постройте стрелочную диаграмму взаимозатрат времени между сотрудниками.

б) Определите часовые денежные ставки ведущего, гримёра и группы операторов.

в) Каковы суммарные затраты на подготовку и проведение телевикторины?

Задание 2.

а) Вы владелец пиццерии и хотите возобновить производство пиццы по рецепту Вашей бабушки-итальянки. У Вас имеется следующий набор продуктов, необходимых для выпуска этой пиццы:

Продукт	Вес одной упаковки	Цена одной упаковки (€)		Продукт	Вес одной упаковки	Цена одной упаковки (€)
масло (х)	500 г	0,95		молоко (v)	1 кг	0,80
грибы (у)	300 г	1,20		колбаса (к)	500 г	6,50
вареные яйца(г)	50 г / пгг.	0,15 / пгг.		кетчуп (р)	500 г	1,00
сыр (t)	100 г	0,75		вода (а)	без огран.	бесплатно
Мука (и)	1 кг	0,60				

Согласно рецепту выполняется следующее: берется мука в количестве от 400 до 600 г, добавляется вода и молоко так, чтобы общий вес этих жидкостей находился в пределах от 40% до 2/3 веса муки, а вес используемого масла не должен превзойти 25% веса муки; в приготовленное тесто добавляется минимум одно размельчённое вареное яйцо и кетчуп в ко личестве от 300 до 500 г.; на тесто кладутся грибы, вес которых не должен быть меньше веса использованных варёных яиц, и колбаса, вес которой должен превышать вес яиц минимум в 4 раза ; поверху равномерно распределяется тёртый сыр весом не мщгее 250 г; вся приготовленная масса запекается в духовке при температуре 180° С в течение 25 - 30 минут.

Составьте математическую модель, позволяющую минимизировать затраты на производство пиццы / выполнение конкретных вычислений не требуется!/, /для упрощения примите 100 г каждого продукта за единицу/,
б) Следующую задачу оптимизации решите графически:

Целевая функция: $z = 1,5x + y \to max$
Ограничения:
$$x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + y \geq 1,\ 2x + y \leq 7,\ y \leq 4,\ x - 4 \leq 0,\ x \geq y - 1.$$

Задание 3.

Задана линейная однородная система четырёх уравнений с пятью неизвестными:

$$
\begin{aligned}
2x_1 - 0{,}5\, x_2 + x_3 - x_4 + 2{,}5\, x_5 &= 0 \\
x_1 + 0{,}5\, x_2 + 2x_3 - 3{,}5\, x_4 + 5\, x_5 &= 0 \\
6x_1 + 2\, x_2 + 2x_3 + 7\, x_4 + 21x_5 &= 0 \\
x_2 - x_3 + 5\, x_4 + 3{,}5\, x_5 &= 0
\end{aligned}
$$

а) Укажите множество решений этой системы.

б) Является ли множество её решений подпространством векторного пространства R^5 /свой ответ обоснуйте!/ ?

в) Определите размерность и базис пространства решений заданной системы уравнений.

Задание 4.

Рассматриваются три участка большого предприятия, обеспечивающие поставки воды (участок №1), газа (участок №2) и электроэнергии (участок №3) как внутри предприятия, так и его внешним клиентам. Указанный ниже вектор q задаёт своими координатами соответственно объёмы общих поставок каждого из этих участков:

$$q = \begin{pmatrix} 280 \\ 150 \\ 300 \end{pmatrix}$$

Объёмы взаимопоставок между участками ^задаются матрицей *X* (x_{ij} задаёт объём поставки с i-го участка на j-ый)

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & 90 & 30 \\ 60 & x_{22} & 45 \\ 120 & 12 & x_{33} \end{pmatrix}$$

Поставки воды внешним клиентам в три раза больше, чем потребность в воде на самом участке её производства, поставки газа и электроэнергии внешним клиентам в два раза больше, чем потребность в них на участках их производства.

а) Дополните матрицу *X* и определите объёмы поставок каждого вида внешним клиентам.

б) Каковы объёмы поставок внешним клиентам при изменённом векторе $q = q_H$:

$$g_H = \begin{pmatrix} 210 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$$

Вопрос в) носит общий характер и не предполагает каких-либо вычислений.

в) Укажите две возможности выяснения того, что любой имеющий смысл спрос может быть удовлетворён выпуском продукции.

Задание 5.

Дана матрица $A \in R^{n*n}$, обладающая свойством идемпотентности $(\boldsymbol{m.e.A^n = A, n e N})$.

а) Покажите, что определитель любой идемпотентной матрицы равен 1 или 0.

Указание:

используйте равенство det(A *B* C*… * D) = det(A) * det(B) * det(C)*... * det(D).

б) Докажите, что определитель треугольной идемпотентной матрицы $B^{3\ x\ 3}$ равен 0, если все её элементы, не расположенные на главной диагонали, отличны от нуля /достаточно показать для $B = B^2$/.

в) Какое утверждение Вы можете в этом случае высказать относительно ранга матрицы B?

г) Сколько диагональных матриц размерности 3x3 удовлетворяют критерию идемпотентности? Перечислите их.

БЛАНК РЕЗУЛЬТАТОВ:

АЛГЕБРА

Задание 1.

б) Часовая денежная ставка ведущего 340 €, гримёра 40 €, группы операторов 45 €.

в) Величина расходов на подготовку и проведение телевикторины 2185€.

Задание 2.

а) Целевая функция

$F = 0{,}19x + 0{,}4y + 0{,}3z + 0{,}75t + 0{,}06u + 0{,}08v + 1{,}3k + 0{,}2p \rightarrow min$

$x, y, z, t, u, v, k, p, a \geq 0,\ 4 \leq u \leq 6,\ 4x \leq 1,\ 3 \leq p \leq 5$

$0{,}4u \leq a + v \leq (2/3)u,\ z \geq 0{,}5,\ y \geq z,\ k \geq 4z,\ t \geq 2{,}5.$

б) $x = 2, y = 3$

Задание 3.

а) $L = \{(-1{,}5x_4 - 2x_5,\ -2x_4 - 4x_5,\ 3x_4 - 0{,}5x_5,\ x_4,\ x_5)^T \mid x_4, x_5 \in R\}$

б) да, в) размерность подпространства решений 2,

г) базис (например)

$$\begin{pmatrix} -1{,}5 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -0{,}5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задание 4.

а) $x_{11} = 40,\ x_{22} = 15,\ x_{33} = 56$\ поставки внешним клиентам 120, 30, 112;

б) поставки внешним клиентам в изменённых условиях 30, 90, 138.

Задание 5.

а) $x_1 = 0, x_2, x_3, \ldots, x_n = 1 \Rightarrow det(A) = 0$ **или** 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

г)

Следует отметить, что во всех университетах Германии будущие экономисты и финансисты научают также большой курс теории вероятностей и математической статистики (в крупных университетах примерно 72 уч. часов лекций и 96 уч.часов лабораторных и практических занятий), а позже переходят к изучению различных статистик прикладного характера. По этим предметам проводятся отдельные письменные контрольные работы, форма и содержание которых требуют отдельного рассмотрения.

Надійшла до редакції 24.12.2014

Автоматизація і комп'ютерні технології