

УДК 621.92



**Н.В. Лищенко,**  
к.т.н., доцент  
Одесская  
национальная  
академия пищевых  
технологий  
e-mail:  
odmnv@rambler.ru



**В.П. Ларшин,**  
д.т.н., профессор,  
Одесский  
национальный  
политехнический  
университет  
e-mail: vplar-  
shin@rambler.ru

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИПУСКА НА ЗУБОШЛИФОВАНИЕ В УСЛОВИЯХ ЕГО НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

*Н.В. Лищенко, В.П. Ларшин. Опре- деление припуска на зубошлифование в условиях его неопределенности.* Устано- влен механизм формирования припуска на зубошлифование, учитывающий по- стоянную и переменную составляющие припуска, которые могут быть определе- ны при детерминированной и статистиче- ской постановке задачи как результаты измерения и оценивания припуска, соот- ветственно.

*N.V. Lishchenko, V.P. Larshin. Gear grinding stock allowance definition in conditions of its uncertainty.* A gear grinding stock allowance formation mechanism taking into account the con- stant and variable components of the stock allowance, which of them can be deter- mined by deterministic and statistical for- mulation of the problem as the results of measurement and evaluation of the stock allowance accordingly, is found.

**Введение.** Измерения фактического припуска на зубошлифование по методу копирования на станках с ЧПУ производят либо с помощью шли- фовального круга [1] по контролю сигнала акустической эмиссии, либо путём ощупывания зубчатой поверхности заготовки зубчатого колеса (ЗК) соответствующим тактильным датчиком, например, датчиком компании Renishaw. Таким образом, реализуется известный технологический прин- цип единства баз при обработке и контроле её результатов. Предварите- льный контроль припуска перед зубошлифованием от тех же баз также соответствует этому принципу, поскольку позволяет учесть индивидуаль- ные особенности заготовки ЗК и на этой основе оптимизировать индиви- дуальный цикл её обработки [2].

Несмотря на успехи в развитии компьютерных измерительных сис- тем процедура измерения припуска занимает существенное время, кото- рое в ряде случаев сопоставимо со временем зубошлифования. Возникает противоречие между затратами времени на измерение припуска и трудоём- костью технологической операции [3]. Чем больше времени затрачивают на измерение, тем более предсказуемой и производительной, оказывается обработка. Однако само время измерения одновременно увеличивает об-

щую трудоёмкость операции. В этой связи оптимизация числа измерений припуска по измерительной окружности ЗК относится к числу актуальных задач в технологии зубошлифования на станках с ЧПУ.

**Целью статьи** является разработка методики пересчёта неопределённости припуска (uncertainty of the stock to be removed), которая возникает при недостаточном числе его измерений, в соответствующий доверительный интервал (confidence interval), который назначают на величину этого припуска и реализуют соответствующим отводом шлифовального круга от заготовки ЗК.

**Материал и результаты исследования.** Величина припуска по определению должна быть оптимальной. С одной стороны, припуск должен быть минимальным, с другой стороны – достаточным для компенсации погрешностей заготовки. Особенностью сложнопрофильной заготовки ЗК является смещение положения предварительно сформированных впадин заготовки по отношению к теоретическому их положению в системе координат зубошлифовального станка. Это смещение (distortion) вызвано предварительной химико-термической обработкой и происходит в двух взаимно перпендикулярных направлениях:

1) по отношению к оси профиля шлифовального круга (из-за накопленной погрешности шага зубьев);

2) в радиальном направлении по отношению к шлифовальному кругу на величину двойного эксцентриситета ( $2e$ ).

В первом случае сечение срезаемого слоя становится несимметричным и требуется добавка припуска  $\Delta z_1$  на боковую сторону впадины. Во втором случае сечение среза остается симметричным и требуется одинаковая добавка к припуску  $\Delta z_2 = 2e$  на левую и правую стороны впадины. Результирующая добавка припуска  $\Delta z_{12}$  для компенсации указанных геометрических отклонений в прямоугольной системе координат будет равна  $\Delta z_{12} = \sqrt{\Delta z_1^2 + \Delta z_2^2}$ . Типовое распределение припуска по левой и правой стороне впадин заготовки ЗК (код заготовки ДТМВ.478.БЭ.40.005) имеет синусоидальный характер изменения по измерительной окружности ЗК (рис.1, а).

Видно, что мгновенные значения припуска по левой ( $z^L$ ) и правой ( $z^R$ ) сторонам впадин представляют собой сумму постоянной ( $z_0^L, z_0^R$ ) и переменной ( $\Delta z^L, \Delta z^R$ ) составляющих этого припуска (рис.1, а). Причём переменная составляющая припуска может быть как положительной, так и отрицательной величиной. В первом случае мгновенное значение соответствующего припуска (по правой или левой стороне впадин) больше его постоянной составляющей, во втором – наоборот.

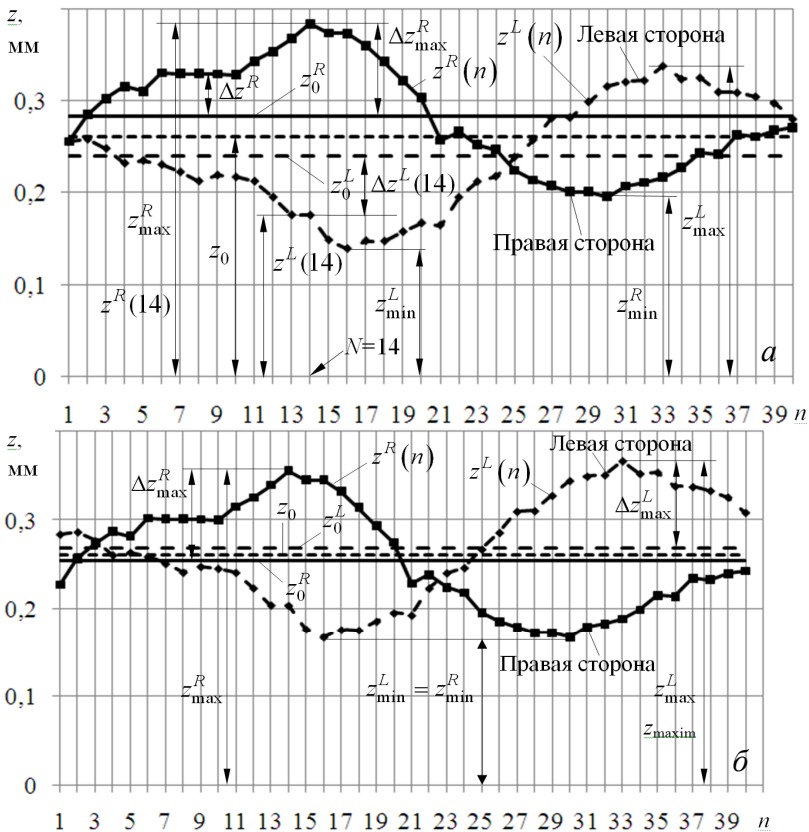


Рис.1. Распределение припуска по правой и левой стороне впадин заготовки ЗК до (а) и после (б) выравнивания минимальных значений припуска

Следовательно,  $z^R(n) = z_0^R + \Delta z^R(n)$  и  $z^L(n) = z_0^L + \Delta z^L(n)$ , где  $n$  – номер впадины ЗК,  $1 \leq n \leq N_{\max}$ , а  $N_{\max}$  – число впадин (зубьев) заготовки ЗК. Например, при  $n = 14$  получим (рис.1, а):  $z^R(14) = z_0^R + \Delta z^R(14) = z_0^R + \Delta z_{\max}^R$  и  $z^L(14) = z_0^L - \Delta z^L(14)$ .

Эти уравнения справедливы для любой начальной исходной впадины, начиная с которой выполнили измерение припуска. После реализации метода выравнивания припусков, например, выравнивания минимальных припусков (рис.1, б), в указанных выше уравнениях изменятся только постоянные составляющие припусков  $z_0^L$  и  $z_0^R$ . Т.е. каждая из указанных экспериментальных зависимостей при выравнивании припусков одним из известных методом перемещается в вертикальном направлении вверх или вниз, не изменяя своей формы. Например, если до выполнения метода выравнивания припусков  $z_{\min}^L < z_{\min}^R$  (рис.1, а), то при реализации метода

выравнивания минимальных припусков кривая распределения припуска по левой стороне переместится вверх на величину  $\frac{z_{\min}^R - z_{\min}^L}{2}$ , а кривая распределения припуска по правой стороне переместится вниз на эту же самую величину. Результатом выравнивания минимальных припусков является выполнение условия  $z_{\min}^L = z_{\min}^R$  (рис.1, б). Следовательно, после выполнения любого метода выравнивания будет выдержано условие

$$z_0 = \frac{z_0^L + z_0^R}{2} = \text{const} \quad (1)$$

При этом

$$z_0 = \frac{1}{n} \left( \sum_{n=1}^{N_{\max}} z_n^L + \sum_{n=1}^{N_{\max}} z_n^R \right). \quad (2)$$

Поскольку припуск  $z_0$  – среднее значение припуска по всем впадинам зубчатого колеса, то для левой и правой стороны впадин можно записать

$$z_{\max}^L = z_0 + \Delta z_{\max}^L \quad (3)$$

$$z_{\max}^R = z_0 + \Delta z_{\max}^R \quad (4)$$

Одно из этих значений (максимальное из двух максимальных или  $z_{\max\max}$ ) используется для распределения его на этапы (черной, получистой, чистой) и рабочие хода.

В данном случае (рис.1, б)

$$z_{\max\max} = z_0 + \Delta z_{\max}^L \quad (5)$$

Таким образом, на основании формулы (5) максимальное из двух указанных максимальных (the maximax of the two maxes) значение припуска на зубошлифование (далее  $z$ ) можно представить в виде его постоянной составляющей (далее  $z_0$ ) и переменной составляющей (далее  $\Delta z$ ), т.е.

$$z = z_0 + \Delta z \quad (6)$$

Обе составляющие в формуле (6) являются результатом влияния индивидуальных особенностей каждой заготовки и определяются на этапе наладки станка при измерении припуска. В этом случае получаемые при измерении данные (погрешность измерения не учиваем в связи с высокой точностью измерения в системе Renishaw) будут детерминированными величинами в отличие от статистических величин, которые характеризуют индивидуальные особенности каждой измеряемой заготовки ЗК. Таким образом, наличие измерительной системы на зубошлифовальном станке с ЧПУ позволяет получить исходную информацию о величине максимального припуска  $z_{\max\max}$  (максимакс) с учетом индивидуальных особенностей каждой заготовки. Эту информацию можно использовать для выполнения двух вариантов обработки.

1. Считать, что все припуски на боковых сторонах впадин одинаковые и равны  $z_{\max\max}$ . При выборе бездефектных режимов шлифования это

гарантирует отсутствие шлифовочных прижогов на впадине с максимальным припуском и, как следствие, на всех остальных впадинах с меньшим припуском. Однако это приведет к потере производительности шлифования на всех впадинах с припуском, меньшим, чем  $z_{\max}$ .

2. Имея детерминированную информацию о припуске для каждой стороны впадин заготовки ЗК, можно изменять режимы шлифования на каждой впадине с учётом индивидуального припуска в каждой впадине. Например, можно увеличить осевую подачу шлифовального круга (скорость детали) или радиальную дискретную подачу шлифовального круга во впадину (вертикальная глубина шлифования), если индивидуальная величина припуска это позволяет. Такой способ зубошлифования называют «режим вариабельности».

С учётом суперпозиции (наложения) добавок припуска от разночастотных круговых циклов формообразования зубчатой поверхности при зубофрезеровании и зубошлифовании [4] математическая модель припуска (6) может быть обоснованно представлена в виде ряда Фурье, т.е.

$$z(n) = z_0 + \sum_{i=1}^m (a_i \sin(\omega_i t) + \varphi_i) \quad (7)$$

Уравнение (7) можно записать в эквивалентной форме [5]

$$z(n) = z_0 + \sum_{i=1}^m (A_i \cos(\omega_i t) + B_i \sin(\omega_i t)) \quad (8)$$

где  $a_i, A_i, B_i$  – коэффициенты ряда Фурье;  $i = 1, 2, \dots, m$  – порядковые номера гармоник с угловой частотой  $\omega_i$ .  $\varphi_i = \arctg \frac{B_i}{A_i}$ .

Уравнение (8) является математической моделью припуска на зубошлифование в каждой точке профиля впадины, в частности в точках профиля, расположенных на измерительной окружности заготовки ЗК. В уравнении (8)  $z_0$  – постоянная составляющая припуска по уравнению (6),

$\Delta z = \sum_{i=1}^m (A_i \cos(\omega_i t) + B_i \sin(\omega_i t))$  – переменная составляющая припуска, представляющая собой сумму гармонических составляющих, полученных путем прямого преобразования Фурье.

Уравнение (8) предполагает возможность определения неизвестных коэффициентов ряда Фурье при представлении результатов измерения припуска в частотной области путём соответствующего прямого преобразования Фурье с получением амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик сигнала измерения фактического припуска. Далее после проведения анализа АЧХ и ФЧХ на предмет выявления доминирующих компонент сигнала, этот сигнал может быть восстановлен (обратное преобразование Фурье) в соответствующую композицию, характеризующую индивидуальный припуск. Такая задача актуальна при сокра-

щённом объёме первичных измерений, например, при пропуске в ходе измерений некоторых впадин. Экономия времени за счёт сокращения числа измерений часто бывает в заводской практике и вызвана необходимостью уменьшить время измерения припуска на этапе наладки станка [3]. Однако по мере уменьшения числа измерений появляется и усиливается неопределённость припуска, приводящая к ложному его оцениванию. Это вызвано тем, что при восстановлении сигнала припуска из ограниченного числа отсчётов не все гармонические составляющие этого сигнала можно вернуть при обратном преобразовании Фурье (необратимая потеря информации). С точки зрения теории это означает переход от детерминированных величин припуска к его статическому оцениванию, когда измерение (measuring) заменяют оцениванием (assessment). В этом случае возникает новая задача выбора критериев оценивания (assessment criteria). Особенностью этого этапа оценивания является его промежуточное положение между детерминированным (теоретическим) подходом и статистическим (вероятностным) подходом, в тоже время последний основан на измерительной информации. Такой поход принято называть теоретико-вероятностным [6].

Будем рассматривать припуск  $z_k$  на зубошлифование состоящим из двух составляющих: переменной  $\Delta z$ , вызванной изменением окружного шага зубьев  $\Delta P$  (в миллиметрах), и постоянной  $z_0$ , рассчитываемой (расчётно-аналитический метод) или выбираемой (табличный метод) по известным технологическим правилам, т.е.  $z_k = \Delta z + z_0$ . Рассмотрим основные этапы оценки неопределённости припуска, пользуясь терминологией и обозначениями, принятыми в работе [7].

1. Определяют погрешность окружного шага  $\Delta P$  (в миллиметрах) по измерительной окружности заготовки ЗК при разном числе измерений  $N$ . Находят среднее значение погрешности окружного шага  $\Delta P_m$  на заготовке ЗК при разном числе измерений  $N$ ,  $2 \leq N \leq N_{\max}$ . Причём  $\Delta P_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta P_i$ , где  $\Delta P_i = Z_i^L - Z_i^R$  – шаг измеряемой  $i$ -ой впадины, мм;  $Z_i^L$ ,  $Z_i^R$  – левый и правый тангенциальные припуски, мм. Далее для удобства обозначим  $\Delta P_i = x_i$  и  $N = n$ .

2. Определяют односторонний доверительный интервал  $\varepsilon$  (рис.2, а):  $\varepsilon = t_\gamma S_{\bar{x}}$ , где  $t_\gamma$  – коэффициент доверия (односторонний безразмерный доверительный интервал);  $S_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$  – среднеквадратическое отклонение результата, мм;  $s = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$  – выборочное среднее квадратическое отклонение (выборочный стандарт), мм.

3. Находять нижню ( $x_n$ ) і верхню ( $x_g$ ) границі довірительного інтервала, який с заданной двусторонней довірительной вероятностью  $\gamma = 95\%$  покрываает неизвестное значение генеральной средней. Причём,  $x_n = \bar{x} - \varepsilon$  и  $x_g = \bar{x} + \varepsilon$ .

4. Добавляют к постоянной части припуска  $z_0$  односторонний довірительный интервал  $\varepsilon = \varepsilon(N)$ , учитывая неопределенность припуска при разном числе измерений. Получают кривую изменения переменной составляющей суммарного припуска  $\Delta z = \Delta z(N) = \varepsilon(N)$  (рис.2, б). Например, для заготовки ЗК (с кодом ДТМВ.478.БЭ.40.005) фиксируют все возможные варианты числа  $N$  измерений припуска. В данном случае число  $N$  измерений составит: 2, 4, 8, 10, 20 и 40. Данные расчёта заносим в таблицу (табл.1).

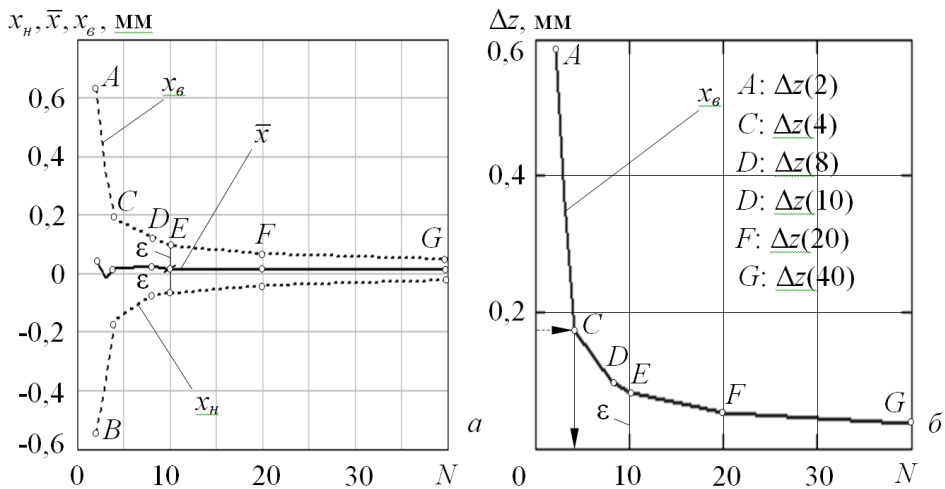


Рис.2. Изменение довірительного интервала  $2\varepsilon$  (а) и его верхней границы (б) в зависимости от числа  $N$  измерений припуска

Таблица 1. Результаты расчета средней погрешности шага

$N$	2	4	8	10	20	40
$\Delta P_m$ , мкм	45,0	15,3	26,7	13,3	12,2	13,6

Например, для  $N = 2$  выборочный стандарт составляет

$$s = \frac{1}{\sqrt{2-1}} \sqrt{(0,0912 - 0,04495)^2 + (-0,0013 - 0,04495)^2} = 0,0654 \text{ мм.}$$

Среднеквадратическое отклонение результата  $s_x = \frac{0,0654}{\sqrt{2}} = 0,04524$

мм.

Односторонний доверительный интервал  
 $\varepsilon = t_{\gamma} S_{\bar{x}} = 12,7060 \cdot 0,04524 = 0,58759$  мм. Верхняя и нижняя доверительные границы (точки *A* и *B* на рис. 2, *a*)

$x_H = 0,04495 - 0,58759 = -0,54265$  мм;  $x_G = 0,04495 + 0,58759 = 0,6325$  мм.

Результаты расчета для разного числа измерений *N* заносим в таблицу и отражаем на рис.2, *б*.

Таблица 2. Результаты расчета статистических параметров

<i>N</i>	2	4	8	10	20	40
$t_{\gamma}$	12,7060	3,182	2,3646	2,2622	2,0930	2,0211
$S_{\bar{x}}$	0,0654	0,10887	0,1172	0,11497	0,11193	0,1108
$\varepsilon$	0,5876	0,1732	0,09798	0,0822	0,052	0,0354
$x_H$	-0,5426	-0,1576	-0,0713	-0,0689	-0,0398	-0,0218
$x_G$	0,6325	0,1885	0,1247	0,0955	0,0642	0,049

### Выводы

1. Разработана прикладная методика определения переменной составляющей припуска  $\Delta z$  на зубошлифование, величина которой зависит от числа измерений припуска на станке с ЧПУ.
2. Рассмотрен пример расчёта, в соответствии с которым составляющая припуска  $\Delta z$ , вызванная неопределённостью припуска при малом числе его измерений, увеличивается.

### Литература

1. А.с. 812546 СССР, МКИЗ В 24 В 49/10. Способ настройки резьбошлифовального станка / Ю.П. Русавский, А.В. Якимов, В.П. Ларшин и др. (СССР). – 2784708/25-08; заявл. 25.06.79; опубл. 15.03.81, Бюл. № 10.
2. Лищенко Н.В. Настройка станков при зубошлифовании по методу копирования / Н.В. Лищенко, А.Н. Ковальчук, В.П. Ларшин // Физические и компьютерные технологии. Труды 21-й Междунар. науч.- практ. конференции. – Д.: ЛИРА, 2015. – С.39-45.
3. Лищенко Н.В. Управление съёмом припуска в условиях его неопределённости / Н.В. Лищенко, В.П. Ларшин // Проблемы розвитку регіону: промисловий і економічний аспект: тези доповідей. – Первомайськ: ППВ НУК, 2016. – С.23-27.
4. Тайц Б.А. Точность и контроль зубчатых колёс / Б.А. Тайц. – М.: Машиностроение, 1972. – 368 с.
5. Хемминг Р.В. Цифровые фильтры: Пер. с англ./ Под ред. А.М. Трахтмана. – М.: Сов. Радио, 1980. – 224 с.
6. Хусу А.П. Шероховатость поверхностей (теоретико-вероятностный подход), под ред. А.А. Первозванского / А.П. Хусу, Ю.Р. Витенберг, В.А. Пальмов. – М.: Наука, 1975. – 344 с.
7. Рего К.Г. Метрологическая обработка результатов измерения / К.Г. Рего. – К.: Техніка, 1987. – 128 с.