

## УДК 621.38



**Л.П. Калафатова,**  
 д.т.н., професор,  
 професор, Донецький  
 національний технічний  
 університет  
 e-mail: lpk04nov@mail.ru



**С.Ю. Олейник,**  
 к.т.н., старший преподаватель,  
 Донбасская государственная  
 машиностроительная  
 академия  
 e-mail:  
 sveta.oleynik30@gmail.com



**Д.В. Поколенко,**  
 к.т.н., начальник  
 научно-измерительного  
 комплекса,  
 Константиновское,  
 государственное  
 научно-производственное  
 предприятие "Кварсит"  
 e-mail:  
 pokolenko.dim@gmail.com

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ОБРАБОТКИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ОБОЛОЧЕК СЛОЖНОГО ПРОФИЛЯ ИЗ СИТАЛЛА

*Л.П. Калафатова, С.Ю. Олейник, Д.В. Поколенко. Математическая модель для определения закономерностей формирования погрешности обработки при шлифовании оболочек сложного профиля из ситалла.* Представлена математическая модель определения погрешности профиля детали при алмазном шлифовании тонкостенных оболочек из ситаллов. Модель позволяет анализировать факторы, определяющие погрешности шлифования деталей и выявить способы уменьшения их влияния на точность формируемого изделия.

*L.P. Kalafatova, S.Yu. Oleynik, D.V. Pokolenko. The mathematical model to determine the regularities of the formation of the machining errors during grinding the glass-ceramic shells of complex profile.* The mathematical model for determining the error profile details at diamond grinding thin-walled shells made of glass-ceramics is presented in the article. The model allows to analyze the factors that determine the accuracy of grinding parts and identify ways to reduce their impact on the accuracy of the formed product.

**Введение.** К элементам конструкций ракетной и авиатехники предъявляются повышенные требования по прочности, жесткости,

радиопрозрачності і надійності в експлуатації при мінімально можливій масі izdeliy. Використання тонкостінних складнопрофільних оболонок із хрупких неметалічних матеріалів (ситаллов, конструкційної кераміки) як елементів ракетної техніки обумовлює ряд технічних вимог до точності їх профіля і якості оброблених поверхонь. Серед них необхідно відзначити вимоги до точності формоутворення изделия і товщині стінки, яка в ряді випадків обмежується допуском  $\pm 0,02$  мм [1, 2], високому рівню мікро- і макрогеометрії зовнішньої поверхні. Крім того, повинні бути забезпечені міцнісні характеристики деталі, що передбачає відсутність дефектного поверхневого шару, викликаного обробкою.

Забезпечення заданих властивостей изделия закладено в технологічний процес на всіх його етапах, які включають: отримання заготовки, механічну обробку, операцію упрочнення, при якій повністю видаляється пошкоджений обробкою поверхневий шар изделия. Механічна обробка для матеріалів вказаного класу, які належать до категорії важкооброблюваних, здійснюється методом алмазно-абразивної обробки (операції чорного і чистового алмазного шліфування з наступною доводкою алмазними брусками), як єдиним прийнятним в цих умовах. Формування профіля изделия з заданими характеристиками здійснюється на етапах внутрішнього шліфування заготовки при її базированні по зовнішній поверхні і зовнішнього шліфування при базированні по обробленій внутрішній поверхні. Однак високі твердість і хрупкість матеріалу, схильність до дефектності, нестійкість технологічної системи шліфування роблять процес отримання гідної деталі трудомістким, практично не піддаючись автоматизації і екологічно шкідливим [3]. Підвищення ефективності і рівня автоматизації виготовлення тонкостінних крупногабаритних оболонок із важкооброблюваних матеріалів є актуальною задачею, рішення якої передбачає дослідження закономірностей утворення погрешностей профіля изделий на операціях шліфування.

Пошуку найбільш ефективних методів забезпечення заданих точності профіля і якості поверхні тонкостінних оболонок із хрупких неметалічних матеріалів в науковій літературі [4, 5] приділялось багато уваги. Однак при дослідженнях, як правило, обмежувались виявленням закономірностей виникнення погрешностей на окремих етапах виготовлення изделия без урахування взаємозв'язку між ними. В роботах [6, 7] наведено результати теоретичних досліджень впливу систематичних погрешностей,

изменяющих профиль обработанной поверхности по сравнению с заданным, на операциях внутреннего и наружного шлифования контура изделия. Установлено, что основными определяющими факторами при этом являются переменная жесткость заготовки по длине, а также её изменение при закреплении заготовки в приспособлении. В работах [8, 9] исследовано влияние вибраций, возникающих в технологической системе (ТС) обработки, на качество поверхности и точность профиля оболочки.

Таким образом, целью настоящих исследований является разработка математической модели формирования погрешности профиля во время механической обработки тонкостенной сложнопрофильной оболочки, которая позволила бы проанализировать факторы, определяющие погрешность механической обработки, и выявить способы уменьшения их влияния на точность формируемого изделия.

**Материал и результаты исследования.** Математическое описание процесса образования погрешности обработки разработано согласно методике, представленной в работе [10], и подразумевает составление уравнений относительного движения технологических баз обрабатываемой заготовки и точки контакта рабочей поверхности круга с заготовкой «К» (рис. 1, 2, схемы внутреннего и наружного шлифования рассматриваемых оболочек). Для случая глубинного шлифования ситалловых оболочек из-за быстрого и неравномерного износа круга можно принять зону контакта в виде точки (точки «К»).

Если при разработке математической модели учесть все составляющие элементы технологической системы шлифования, их перемещения и повороты, которые влияют на геометрическую точность детали, то аналитическое выражение будет громоздким, расчет трудоемким, анализ затруднительным. Объединим элементы ТС алмазного шлифования внутреннего и наружного контуров в группы и рассмотрим следующие подсистемы: обрабатываемая заготовка ( $p$ ); шпиндель-приспособление ( $s$ ); станок - станина ( $b$ ); режущий инструмент ( $k$ ). Примем следующие обозначения подсистем координат:  $\sum_b$  - технологического оборудования или станка-станины,  $\sum_s$  - шпинделя-приспособления,  $\sum_p$  - обрабатываемой заготовки,  $\sum_k$  - режущего инструмента. Положение одной из выше перечисленных систем координат ТС относительно другой системы координат можно определить тремя перемещениями и тремя поворотами. Чтобы выяснить влияние какого-либо фактора на точность обработки, введем опорные точки  $1s, 2s, 3s, 4s, 5s, 1p, 2p, 3p, 4p, 5p, 1k, 2k, 3k, 4k$  для каждой подсистемы координат, которые позволят нам «связать» точки на поверхности детали

указанных подсистем с осями систем координат (см. рис. 1, 2). Опорные точки представляют собой упругие связи между подсистемами.

В работах, посвященных изучению механизма образования погрешностей на деталях (телах вращения), обрабатываемых по схемам резания, в которых результатом относительного движения заготовки и инструмента является винтовая траектория, устанавливают связи между влияющими факторами и точностью обработки заготовки. К таким влияющим факторам относят: статические и динамические размерные параметры относительного движения, среди которых присутствуют погрешности установки заготовки и настройки круга относительно заготовки; неравномерность припуска на заготовке; ее переменная жесткость. Для получения результата (величины погрешности обработанной поверхности) необходимо установить функциональные связи между величинами действующих факторов и геометрическими характеристиками детали, посредством которых можно описать обработанную поверхность относительно технологических баз.

Такой геометрической характеристикой детали в работе [10] назван радиус-вектор точки поверхности детали  $\bar{r}_p$  (с учетом схемы относительного движения заготовки и инструмента), проведенного из начала координат системы координат заготовки  $O_p$ , совпадающей с её технологическими базами (см. рис. 1, 2). В результате такого математического описания образования погрешности обработки могут быть определены функциональные зависимости между действующими факторами и отклонениями радиус-вектора  $\bar{r}_p$ .

Относительные положения подсистем инструмента и детали изменяются с течением времени, поэтому формулы перехода, в соответствии с известной методикой [10], будут являться уравнениями движения в декартовых координатах:

$$x_p = f_1(x_k, y_k, z_k, t); y_p = f_2(x_k, y_k, z_k, t); z_p = f_3(x_k, y_k, z_k, t), \quad (1)$$

где  $x_k, y_k, z_k$  - координаты точки  $K$  в системе инструмента;  $t$  - время.

Согласно схемам обработки (см. рис. 1, 2), система координат инструмента  $\sum_k$  вращается вокруг своей оси  $O_k X_k$  по закону  $\varphi' = \varphi'(t)$  и перемещается в продольном направлении по отношению к системе

станка  $\Sigma_b$  по закону  $\overline{S}_k = \overline{S}_k(t)$ . Система координат шпинделя с приспособлением  $\Sigma_s$  вращается вокруг своей оси  $O_s X_s$ . Схемы обработки, рассматриваемые в этой статье, являются частным случаем схем для вывода уравнений относительного движения точки контакта шлифовального круга с поверхностью обрабатываемой заготовки, рассмотренных в работе [10].

Выполнив преобразования из обобщенного случая в частный случай,

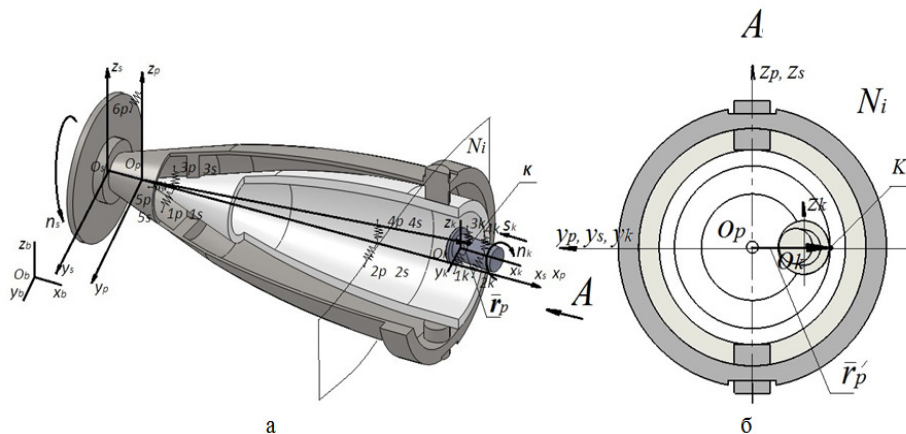


Рис. 1. Схема шлифования внутреннего профиля оболочки: а) расположение систем координат элементов технологической системы; б) проекция радиус-вектора  $\vec{r}_p$  точки поверхности детали в плоскости  $N_i$  ( $\vec{r}_p$ )

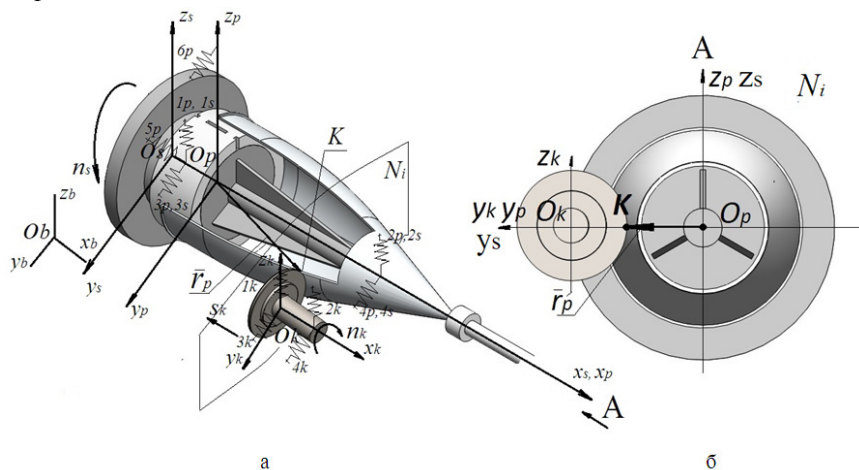


Рис. 2. Схема шлифования наружного профиля оболочки: а) расположение систем координат элементов технологической системы; б)

проекция радиус-вектора  $\bar{r}_p$  точки поверхности детали в плоскости  $N_i$  ( $\bar{r}_p^-$ ) получим уравнение движение точки  $K$  в векторной форме:

$$\bar{r}_p = M_p M_s' M_s M_k' M_k \bar{r}_k + M_p M_s' M_s (\bar{r}_{o_k} + \bar{S}_k - \bar{r}_{o_s}) - M_p \bar{r}_{so_p}, \quad (2)$$

где  $M_p$  - матрица поворотов системы координат заготовки вокруг осей  $O_p X_p, O_p Y_p, O_p Z_p$ ;  $M_s'$  - матрица поворота, учитывающая заданное схемой относительного движения обрабатываемой заготовки и круга вращение системы координат шпиндель-приспособление;  $M_s$  - матрица поворота системы координат шпиндель-приспособление вокруг осей  $O_s X_s, O_s Y_s, O_s Z_s$ ;  $M_k'$  - матрица поворота, учитывающая заданные схемой вращение и перемещение системы координат шлифовального круга в неподвижной системе координат станка;  $M_k$  - матрица поворота системы координат шлифовального круга вокруг осей  $O_k X_k, O_k Y_k, O_k Z_k$ ;  $\bar{r}_k$  - радиус-вектор, определяющий положение точки  $K$  в системе координат шлифовального круга;  $\bar{r}_{o_k}$  - радиус-вектор, определяющий положение начала системы координат инструмента  $O_k$  в неподвижной системе координат станка;  $\bar{r}_{o_s}$  - радиус-вектор, определяющий положение начала системы координат шпинделя-приспособления  $O_s$  в неподвижной системе станка;  $\bar{S}_k$  - вектор перемещения системы координат шлифовального круга в неподвижной системе координат станка;  $\bar{r}_{so_p}$  - радиус-вектор, определяющий положение начала системы координат заготовки  $O_p$  в системе координат шпиндель-приспособление.

В выражении 2 присутствуют кинематические (матрицы поворотов  $M$  и вектор поступательного движения  $\bar{S}$ , описывающие относительное движение заготовки и шлифовального круга) и размерные параметры, входящие в матрицы поворотов и радиус-векторов, которые характеризуют относительное положение координатных систем технологической системы шлифования. Рассматриваемая заготовка-оболочка - тело вращения, поэтому её можно представить, как сочетание множества профилей поперечных сечений  $N_i$ , лежащих в плоскостях, пересекающих заготовку (деталь) перпендикулярно оси вращения. Основной геометрической характеристикой детали, по отклонениям

котро́рой можно судить о погрешности обработки, является радиус-вектор детали  $\vec{r}_p$ , а процесс образования поверхности детали осуществляется в результате изменения по величине и направлению этого радиус-вектора.

Известно, что некоторые погрешности профиля изделия появляются на начальных стадиях технологического процесса и копируются от операции к операции. Проанализируем геометрические характеристики поверхностей детали, используя данные работ [3, 4, 6]. Появление погрешности обработки профиля рассматриваемой оболочки связано со следующими факторами: погрешностью установки; погрешностями статической и динамической настроек ТС, которые вызывают отклонения как начальных, так и текущих значений параметров относительного движения; упругими перемещениями, связанными с неравномерной жесткостью заготовки и низкой жесткостью подсистемы шлифовального круга; износом шлифовального круга; геометрической неточностью подсистемы приспособления; неуравновешенностью технологической системы, прежде всего, подсистемы заготовки из-за неравномерности распределения припуска и плотности материала заготовки относительно оси вращения по ее длине. При обработке неуравновешенной заготовки появляется фактор переменной массы, который оказывает влияние на упругие перемещения, а также вызывает колебания в технологической системе [6, 7, 11, 12].

Проведя через основные базы заготовки-оболочки оси системы координат  $\sum_p$ , можно количественно выразить погрешность статической настройки заготовки в системе  $\sum_s$ . Аналогично выражается статическая настройка  $\sum_s$  в  $\sum_b$  и  $\sum_k$  в  $\sum_s$ . Во время статической настройки при отсутствии рабочей нагрузки в результате ошибок в настройке, измерениях, наличии геометрической неточности оборудования, погрешности закрепления появляется погрешность статической настройки  $\omega_c$ . Ранее в работах [6, 7] было определено, что для условий установки заготовки при обработке внутреннего контура погрешность установки в основном связана с погрешностью базирования, а погрешности закрепления и приспособления по сравнению с ней незначительны. Погрешность базирования при этом присутствует как в осевом, так и в радиальном направлениях. В осевом направлении погрешность базирования зависит от угла опорного конуса в приспособлении и допуска на размер детали в месте базирования по конусу (см. рис. 1, 2), что приводит к появлению разнотолщинности изделия по профилю вдоль его длины. Радиальная погрешность базирования при внутренней обработке определяется точностью выверки оси заготовки, а при наружной

обработке - величиной зазора в диаметральном направлении между заготовкой и приспособлением на второй опоре. Погрешность профиля детали в каждой её точке  $K_i$  определяется в соответствии с выражением:

$$\Delta \bar{r}_p = \bar{r}_{p_i} - \bar{r}_{p_{i0}}, \quad (3)$$

где  $\bar{r}_{p_{i0}}$  - заданное значение проекции радиус-вектора  $\bar{r}_p$  на плоскость  $N_i$  в зоне контакта к соответствующей точке контакта круга и заготовки  $K$ ,  $\bar{r}_{p_i}$  - получаемое после обработки значение проекции вектора  $\bar{r}_p$  на плоскость  $N_i$  в зоне контакта к соответствующей точке контакта круга и заготовки  $K$ .

Проекцию вектора  $\bar{r}_p$  на плоскость  $N_i$  (см. рис. 1, 2) представим в виде суммы векторов:

$$\bar{r}_p = \bar{r}_u + \bar{r}_n, \quad (4)$$

где  $\bar{r}_u$  - проекция радиус-вектора установки  $\bar{r}_u$  заготовки на плоскость  $N_i$ , которая определяет влияние перемещений и поворотов системы координат заготовки на точность обработки в поперечном сечении;  $\bar{r}_n$  - проекция радиус-вектора настройки  $\bar{r}_n$  на плоскость  $N_i$ , которая определяет влияние суммарных перемещений и поворотов системы координат заготовки и круга.

Величины и направления этих векторов находятся через соответствующие радиус-векторы и матрицы поворота.

Проекцию радиус-вектора настройки  $\bar{r}_n$  на плоскость  $N_i$  можно представить векторной суммой:

$$\bar{r}_n = \bar{r}_{sn} + \bar{r}_k, \quad (5)$$

где  $\bar{r}_{sn}$  - проекция вектора  $\bar{r}_{sn}$  в плоскости  $N_i$ , определяющая расстояние и направление между осями  $O_s X_s$  и  $O_k X_k$  в плоскости  $N_i$ ;



$\bar{r}_k^{\prime}$  - проекция вектора  $\bar{r}_k$ , определяющая расстояние и направление между осью  $O_k X_k$  и точкой  $K$  в плоскости  $N_i$ .

Погрешность установки вызывает отклонение начальных значений размерных параметров уравнения движения, а погрешности статической и динамической настроек вызывают отклонения как начальных, так и текущих значений параметров относительного движения элементов технологической системы. Подставив значения параметров отклонений относительного движения технологических баз в уравнение математической модели (2), можно определить погрешность формирования профиля детали на операции алмазного шлифования и учесть погрешности, вносимые при прямом копировании профиля заготовки.

В настоящее время заготовки оболочек из ситаллов получают методом центробежного литья расплавленной стекломассы в литейную форму. При этом возникают значительные неравномерности толщины стенки в радиальном  $\Delta_{ts}^r$  и продольном направлениях  $\Delta_{ts}^l$ , эллипсность в поперечном сечении. При существующей технологии основные факторы, влияющие на точность формы заготовки - это качество и формовочные свойства стекломатериала; нестабильность количества стекломассы для заливки одной детали при переходе от заготовки к заготовке; частота вращения литейной формы; температура формовочного комплекта; время выдержки отформованной стекломассы в литейной форме; начальный момент вращения формовочного комплекта [7]. Во время механической обработки на операции внутреннего алмазного шлифования неравномерный припуск, образовавшийся из-за несовершенства технологии заготовительной операции и свойств материала заготовки, вызывает ряд проблем: переменные отжаты в ТС, колебания силы резания, которые провоцируют значительные вибрации во время обработки внутренней полости оболочки, что приводит к снижению качества поверхности, а для достижения требуемого качества - к повышению трудоемкости обработки. Кроме того, с предыдущего технологического перехода на следующий переход копируется погрешность формы заготовки с определенной степенью уточнения в радиальном  $\Delta_{ts}^{r'}$  и продольном  $\Delta_{ts}^{l'}$  направлениях.

Во время обработки под действием сил резания и инерции, масс заготовки и приспособления, крутящих моментов в ТС нарушается заданное относительное положение систем координат заготовки,

шлифовального круга, шпинделя-приспособления. Особенностью разработанной математической модели для определения погрешности обработки является то, что она позволяет учесть переменность указанных сил и моментов по величине и направлению, которая связана не только с неравномерным припуском и переменными жёсткостями заготовки и приспособления по длине, но и со сложной формой обрабатываемой детали, а также свойствами материала заготовки, приводящим шлифовальный круг к ускоренному износу, а, следовательно, к изменению его параметров и параметров области контакта круга и заготовки. В работах [7, 12] представлены данные, полученные теоретическим и экспериментальным путями, подстановка которых в уравнение математической модели (2) для определения радиус-вектора  $\vec{r}_p$  в зоне контакта круга и заготовки  $K$  дает возможность проанализировать в комплексе степень влияния указанных выше факторов на погрешность получаемого профиля оболочки.

**Выводы.** Представлена базовая математическая модель определения погрешности профиля при алмазном шлифовании тонкостенных деталей оболочковой формы из хрупких неметаллических материалов. Использование модели позволит осуществить анализ факторов, определяющих погрешность при механической обработке, и выявить способы уменьшения их влияния на точность формируемого изделия. Прежде всего - это факторы неравномерности припуска, который образуется на стадии получения заготовки, и его копирования на профиль обрабатываемой детали, а также переменных по длине жесткостей заготовки и приспособления. Перспектива данного исследования заключается в возможности повышения эффективности и уровня автоматизации обработки изделий – оболочек сложной пространственной формы из хрупких неметаллических материалов путем совершенствования технологии заготовительных операций, разработки прогрессивных схем шлифования при использовании станков с ЧПУ.

## Литература

1. Радиопрозрачные обтекатели летательных аппаратов. Проектирование, конструкционные материалы, технология производства, испытания: учебное пособие / А. Г. Ромашин, В. Е. Гайдачук, Я. С. Карпов, М. Ю. Русин. – Харьков: Издательский центр «ХАИ», 2003. – 240 с.
2. Каплун Владимир Анатольевич. Обтекатели антенн СВЧ. Радиотехнический расчет и проектирование / В. А. Каплун. – М.: Сов. Радио, 1974. – 240 с.
3. Гусев В. В. Технологическое обеспечение качества обработки изделий из технической керамики: монография / В. В. Гусев, Л. П. Калафатова. – Донецк: ГВЗУ «ДонНТУ», 2012. – 252 с.

4. Калафатова, Л. П. Технологічні основи підвищення ефективності обробки та забезпечення якості виробів із технічних стеклів і ситалів: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук : спец. 05.02.08 «Технологія машинобудування» / Калафатова Людмила Павлівна ; НТУ «Харківський політехнічний інститут» – Харків, 2001. – 26 с.
5. Гусев, В. В. Научные основы технологического обеспечения эксплуатационных характеристик изделий из технической керамики при алмазном шлифовании: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: 05.02.08 «Технологія машинобудування» / Гусев Владимир Владиленович; ДонНТУ - Донецьк, 2006. – 24 с.
6. Калафатова, Л. П. Исследование точности формообразования изделий из ситаллов при шлифовании / Л. П. Калафатова, Д. В. Поколенко, Л. Н. Феник // Наукові праці ДонНТУ. – Донецьк : ДонНТУ, 2007. - № 4 (124). – С. 96 – 108.
7. Поколенко, Д. В. Підвищення ефективності обробки антенних обтічників із ситалів за рахунок удосконалення технології алмазного шліфування : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.02.08 «Технологія машинобудування» / Поколенко Дмитро Валерійович ; ДонНТУ – Донецьк, 2014. – 20 с.
8. Гусев, В. В. Обоснование расчетной схемы для исследования динамического состояния технологической системы алмазно-абразивной обработки тонкостенных оболочек из ситалла / В. В. Гусев, Л. П. Калафатова, С. Ю. Олейник // Сучасні технології в машинобудуванні. - Харків: НТУ "Харківський політехнічний інститут", 2011. № 6 - С. 14 - 23.
9. Гусев, В. В. Исследование динамического состояния технологической системы алмазно-абразивной обработки тонкостенных оболочек из ситаллов / В. В. Гусев, Л. П. Калафатова, С. Ю. Олейник // Вісник СевНТУ. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2012. - Вип. 128. - С. 60 - 67.
10. Адаптивное управление станками: монография / Под. ред. Б.С. Балакашина. – М: Машиностроение, 1973. – 688 с.
11. Гусев, В.В. Влияние динамики процесса алмазного шлифования на формирование поверхностного слоя изделий из ситаллов / В. В. Гусев, Л. П. Калафатова, Д. В. Поколенко // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2007. - № 2. – С. 14 – 17.
12. Олійник, С. Ю. Забезпечення якості обробки тонкостінних ситалових оболонок шляхом покращення динамічних характеристик технологічної системи шліфування: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.08 «Технологія машинобудування» / Олійник Світлана Юріївна; ДонНТУ – Красноармійськ, 2014. – 20 с.